**Cálculo Numérico Computacional** **Lista 01**
**Rev. de Cálculo e computação**
tarcisio@member.ams.org
Prof. T. Praciano-Pereira **Dep. de Computação**

# alun@:

| | |
|---|---|
| **Univ. Estadual Vale do Acaraú** | 5 de agosto de 2009 |
| `Documento escrito com LaTeX` | `sis. op. Debian/Gnu/Linux` |
| `página da disciplina:` | calculo-numerico.sobralmatematica.org |

Se você usar o método medieval para escrever trabalhos, por favor, prenda esta *folha de rosto* na solução, preenchendo os seus dados. Ela será usada na correção.

As listas podem ser respondidas eletrônicamente, leia a informação sobre a entrega de arquivos na página da disciplina. Tudo que você escrever em papel estará perdido e provoca poluição, o que você escrever eletronicamente, poderá re-utilizar posteriormente em outro trabalho.

Aprenda a usar LaTeX , para escrever matemática. Voccê encontra algum auxílio para se iniciar na página da Sobral Matemática ou aqui

`http://www.4shared.com/dir/2701529/631a74ba/LaTeX.html`

ou na página da disciplina.

## 0.1 Objetivo e informações preliminares

Objetivo repassar questões de Cálculo e de computação, necessárias à disciplina.

A lista está estruturada como um tutorial, com questões de múltipla-escolha, cada questão contribui para a compreensão da que vem depois. O método de correção compreende dois aspectos:

1. Selecionar **todas** as respostas corretas. Este é o primeiro item que vou verificar, se estiver incompleta ou errado você perde o item.

2. A justificativa dos intens que você marcou como corretos. Se você tiver selecionado **todas** as alternativas certas, eu vou ler as justificativas, não havendo justificativas ou elas estando erradas, incompletas, ilegíveis você também perde a questão.

Ou seja você tem direito aos pontos de uma questão se *selecionar todas as alternativas corretas* e *escrever justificativas bem elaboradas para todas as alternativas.*

A parte discursiva, a justificativa, tem o objetivo conduzí-l@ a ser um@ autor@ de textos matemáticos. Escreva livremente.

O programa, `gnuplot` é um pacote computacional para fazer gráficos, pode ser encontrado em todas as distribuições Linux ou aqui

http://www.gnuplot.info

Mas eu vou logo em seguida conduzí-lo para usar as linguagens `C++, calc, gnuplot, scilab, octave`, veja na bibliografia onde pode obter estes pacotes computacionais.

**palavras chave:** Derivadas parciais, derivação implícita, equação da reta tangente, varredura, malha, fórmula de Taylor

## 0.2 Revisão de Cálculo e computação

1. Equação da reta que passa num ponto

| | equação da reta $r$ | $(a,b) \in r$ | coef. ang de $r$ |
|---|---|---|---|
| a)(V)[ ](F)[ ] | $y+3=5(x-3)$ | $(3,3)$ | $m=5$ |
| b)(V)[ ](F)[ ] | $y=3+5(x-3)$ | $(3,3)$ | $m=5$ |
| c)(V)[ ](F)[ ] | $y=-3-5(x-3)$ | $(3,-3)$ | $m=-5$ |
| d)(V)[ ](F)[ ] | $y+2=-5(x-3)$ | $(3,2)$ | $m=-5$ |
| e)(V)[ ](F)[ ] | $y-2=-(x+2)$ | $(-2,-2)$ | $m=-1$ |

2. aplicação A reta passa tangencialmente ao gráfico de uma função derivável no ponto $(a, f(a))$ tem por equação:

| | no ponto | coef. ang | equação |
|---|---|---|---|
| a)(V)[ ](F)[ ] | $(a, f(a))$ | $m$ | $y=a+m(x-f(a))$ |
| b)(V)[ ](F)[ ] | $(a, f(a))$ | $f(a)$ | $y=f(a)+m(x-a)$ |
| c)(V)[ ](F)[ ] | $(a, f(a))$ | $f'(a)$ | $y=f(a)+f'(a)(x-a)$ |
| d)(V)[ ](F)[ ] | $(a, f(a))$ | $f'(a)$ | $y=f'(a)+f(a)(x-a)$ |
| e)(V)[ ](F)[ ] | $(a, f(a))$ | $f'(a)$ | $y+f(a)=f'(a)(x-a)$ |
| f)(V)[ ](F)[ ] | $(a, f(a))$ | $f'(a)$ | $y-f(a)=f'(a)(x-a)$ |

3. Um lançador de satélites, no espaço, conduz o módulo que vai ficar em órbita até o ponto $(a, b, c)$ do espaço. A figura (1), página 3, mostra quatro cenários possíveis, em que as curvas medem a distância em que foquete lançador e módulo orbital se encontram de um local de controle situado na Terra. Indique em cada *descrição abaixo que cenário lhe corresponde, com a letra correspondente, ou nenhum, se for o caso,*

   - (      ) o foguete lançador passa no ponto $(a, b, c)$ liberando o módulo orbitral e voltando a Terra onde aterrisa suavemente, o módulo orbital acompanha a trajetória do foguete durante algum tempo mas cai sobre algum ponto da Terra.
   - (      ) O módulo orbital é liberado pelo foguete lançador no ponto $(a, b, c)$ e em vez de entrar em órbita se perde no espaço.
   - (      ) Por defeitos técnicos a desconexão do módulo orbital não se dá, exatamente, no ponto $(a, b, c)$ mas em um momento posterior, ainda assim o módulo entra em órbita, mas começa a se afastar da terra levemente e *a tendendência* e de que venha se perder no espaço e o foquete retorna à Terra onde aterissa suavemente.

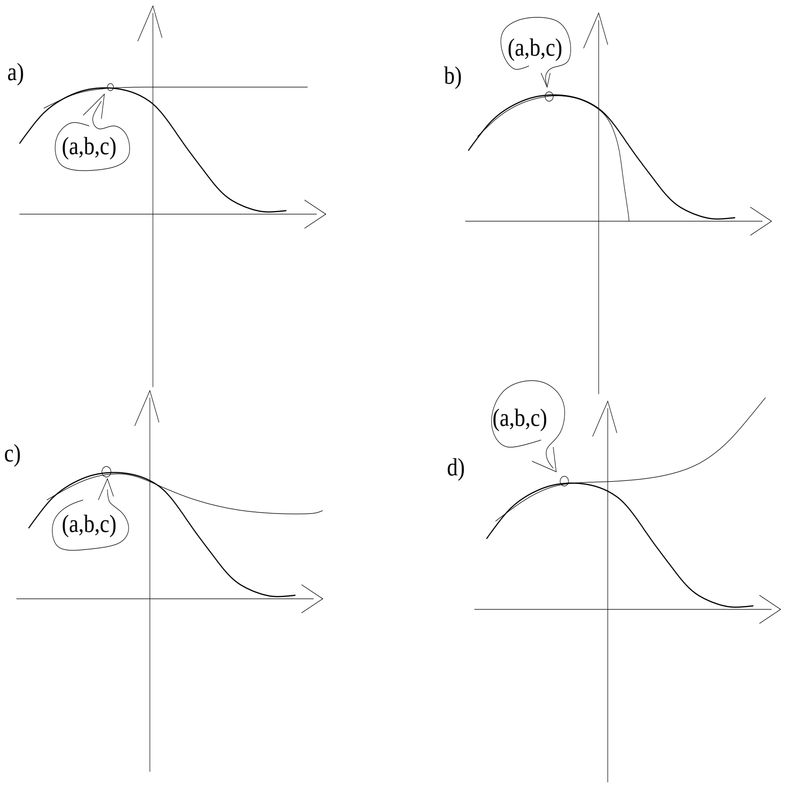


Figura 1: quatro situações

- (        ) O foguete lançador libera o módulo no ponto certo e com a velocidade correta, o módulo orbital fica em órbita como esperado e o foquete retorna à Terra onde aterissa suavemente.

  Método de correção: você tem que identificar corretamente todas as opções e apresentar uma justificativa da sua escolha mostrando que você leu corretamente o gráfico.

4. **teórica** A equação da reta que passa nos pontos $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ ; $a_2 \neq a_1$ é

   - (V)[ ](F)[ ] $y = a_2 + m(x - b_2)$ ; $m = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$
   - (V)[ ](F)[ ] $y = b_2 + m(x - a_2)$ ; $m = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$
   - (V)[ ](F)[ ] $y = b_1 + m(x - a_1)$ ; $m = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$
   - (V)[ ](F)[ ] $y = b_2 - m(x - a_2)$ ; $m = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}$

5. aplicação Identifique a equação da reta que passa nos pontos $P_1, P_2$ em cada um dos itens abaixo

| | $P_1$ | $P_1$ | equação |
|---|---|---|---|
| a)(V)[ ](F)[ ] | $(-1,3)$ | $(1,-3)$ | y - 3 = 2(x - 1) |
| b)(V)[ ](F)[ ] | $(-1,3)$ | $(3,3)$ | $y - 3 = 0$ |
| c)(V)[ ](F)[ ] | $(1,-3)$ | $(-3,1)$ | $y - 1 = -(x+3)$ |
| d)(V)[ ](F)[ ] | $(1,3)$ | $(-2,5)$ | $y = 5 + 2(x+2)$ |
| e)(V)[ ](F)[ ] | $(a_1, b_1)$ | $(a_2, b_2)$ | $y - b_2 = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_2)$ |

6. Reta tangente ao gráfico de uma função Fórmula de Taylor.

   (a) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta que passa no $(a, f(a))$ e é tangente ao gráfico da função neste ponto é

   $$y = f(a) + f'(a)(x - a) \tag{1}$$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se uma função $f$ for derivável numa vizinhança de um ponto $x = a$ do domínio, então

   $$\frac{y - f(a)}{x - a} = f'(a) \tag{2}$$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se uma função $f$ for derivável no intervalo $[a, b]$ então existe um ponto $c \in [a, b]$ tal que

   $$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \tag{3}$$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se uma função $f$ for contínua no intervalo $[a, b]$ então existe um ponto $c \in [a, b]$ tal que $f(c)$ é o valor médio de $f$ no intervalo $[a, b]$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] A derivada de uma função nos fornece o coeficiente angular instantâneo da mesma no ponto:

   $$f'(a) \text{ é o coeficiente angular instantâneo de } f \text{ em } (a, f(a))$$

   e isto significa que existe uma reta tangente ao gráfico da função no ponto $(a, f(a))$ com coeficiente angular $f'(a)$.

7. Aplicação - derivada algorítmica Para cada uma das funções indicadas, verifique se a derivada foi calculada corretamente.

| | | |
|---|---|---|
| a)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = (x+3)(x-4)$ <br> $f'(x) = (x+3) + (x-4)$ | |
| b)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = (x+3)(x-4)$ <br> $f'(x) = x-4$ | |
| c)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = (x+2)(x+3)(x-4)$ <br> $f'(x) = (x+3)(x-4) + (x+2)(x-4) + (x+2)(x+3)$ | |
| d)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = sin(x)(x+1)$ <br> $f'(x) = cos(x)(x+1) + sin(x)$ | |
| e)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = sin(x)(x-1)(x-5)$ <br> $f'(x) = cos(x)(x-1)(x-5) + sin(x)(x-5) + sin(x)(x-1)$ | |

8. Aplicação - derivada algorítmica Para cada item abaixo a equação proposta corresponde à reta tangente no ponto indicado. Depois faça o gráfico usando `gnuplot`.

| | | | |
|---|---|---|---|
| a)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = (x+3)(x-4)$ | $a = -3$ | y = -7(x-3) |
| b)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = (x+3)(x-4)$ | $a = 4$ | 7 = 7(x-4) |
| c)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = (x+3)(x-4)$ | $a = 0.5$ | y = -12.25 |
| d)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = sin(x)(x+1)$ | $a = \frac{\pi}{4}$ | $y - \frac{4-\pi}{4} = x - \frac{\pi}{2}$ |
| e)(V)[ ](F)[ ] | $f(x) = sin(x)(x-1)(x-5)$ | $a = 1$ | $y = -3.365(x-1)$ |

9. No programa

```
Program Pascal06;
Var
   contador, soma :  Integer;
Begin
  soma :=0;
  contador := 0;
  Repeat
    soma := soma + contador;
    contador := contador + 1;
  Until contador > 100;
  Writeln('O valor final da soma ===> ', soma);
  Readln;
End.
```

(a) (V)[ ](F)[ ] A variável `soma` é do tipo inteiro, mas pode receber valores fracionários.

(b) (V)[ ](F)[ ] O programa calcula a soma de 1 até 99.

(c) (V)[ ](F)[ ] O programa calcula a soma dos termos de uma progressão aritmética de razão 1.

(d) (V)[ ](F)[ ] O programa calcula a soma dos números naturais menores do 101.

(e) (V)[ ](F)[ ]
Ao finalizar, o programa indica qual foi o último número somado.

10. No programa

```
Program Pascal07;
Var
   contador :  Integer;
   soma, razao, a0 : Real;

function pa(n :integer; a0, razao : real): real;
Begin
pa := a0 + (n-1)*razao;
End;

Begin
  soma :=0; a0 := 1; razao := -3;
  contador := 1;
  Repeat
    soma := soma + pa(contador, a0, razao);
    contador := contador + 1;
  Until contador >= 100;
  Writeln('  O valor final da soma ===> ', soma:2:4);
  Readln;
End.
```

(a) (V)[ ](F)[ ] A variável `soma` é do tipo `real` e pode receber a soma dos termos de uma progressão aritmética.

(b) (V)[ ](F)[ ] O programa calcula a soma de 1 até 99.

(c) (V)[ ](F)[ ] O programa calcula a soma dos termos de uma progressão aritmética de razão 1.

(d) (V)[ ](F)[ ] A equação de uma progressão aritmética está definida no programa e é usada para calcular a soma dos termos desta progressão.

(e) (V)[ ](F)[ ] O programa calcula a soma dos termos de uma progressão artimética definida no programa.